TANGENT & NORMAL

1. यदि वक्रों $y = 10 - x^2$ तथा $y = 2 + x^2$ के प्रतिच्छेदन बिन्दुओं पर न्यूनकोण θ हो, तो $|\tan \theta|$ का मान होगा :

(1) 4/9 (2) 7/17
(3) 8/17 (4) 8/15

2. वक्र $y = x^2 - 5x + 5$ की स्पर्श रेखा, जो रेखा $2y = 4x + 1$ के समान्तर है, किस बिन्दु से गुजरेगी

(1) $\left(\frac{1}{4},\frac{7}{2}\right)$ (2) $\left(\frac{7}{2},\frac{1}{4}\right)$
(3) $\left(-\frac{1}{8},7\right)$ (4) $\left(\frac{1}{8},-7\right)$

3. एक हेलीकॉप्टर समीकरण $y - x^{3/2} = 7, (x \geq 0)$ द्वारा प्रदिर्शत वक्र के अनुदिश उड़ान भरता है। एक सैनिक जो बिन्दु $\left(\frac{1}{2},7\right)$ पर स्थित है हेलीकॉप्टर को तब गिराना चाहता है जब वह उसके निकटतम हो तब यह न्यूनतम दूर होगी :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}$ (3) $\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{3}}$ (4) $\frac{\sqrt{5}}{6}$

4. माना S, x के उन सभी मानों का समुच्चय है, जिन पर वक्र $y = f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ के बिंदु (x, y) पर खींची गई स्पर्श रेखा बिंदुओं $(1, f(1))$ तथा $(-1, f(-1))$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड के समांतर है, तो S बराबर है :

(1) $\left\{-\frac{1}{3},-1\right\}$ (2) $\left\{\frac{1}{3},-1\right\}$
(3) $\left\{-\frac{1}{3},1\right\}$ (4) $\left\{\frac{1}{3},1\right\}$

5. यदि वक्र $y = x^3 + ax - b$ के बिंदु (1, –5) पर खींची गई स्पशरिशा, रेखा $-x + y + 4 = 0$ पर लंबवत है, तो निम्न में से कौनसा एक बिंदु, वक्र पर स्थित है ?

(1) (–2, 2) (2) (2, –2)
(3) (2, –1) (4) (–2, 1)

6. एक पानी की टंकी उल्टे लंब वृत्तीय शंकु के आकार की है, जिसका अर्ध–शीर्ष कोण $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ है। पानी 5 घन मीटर प्रति मिनट की समान दर से डाला जाता है। तो टंकी में पानी की गहराई 10m होने पर वह दर (मी./मि.में), जिस पर पानी की सतह बढ़ रही है, है :-

(1) $2/\pi$ (2) $1/5\pi$ (3) $1/10\pi$ (4) $1/15\pi$

7. 10 सेमी त्रिज्या की लोहे की एक गोलाकार गेंद के चारों ओर समान मोटाई की बर्फ की तह चढ़ाई गई है, जो 50 घन सेमी/मिनट की दर से पिघल रही है। जब बर्फ की मोटाई 5 सेमी है, तब बर्फ की मोटाई के घटने की दर (सेमी/मिनट में) है :

(1) $\frac{1}{9\pi}$ (2) $\frac{5}{6\pi}$ (3) $\frac{1}{18\pi}$ (4) $\frac{1}{36\pi}$

8. यदि वक्र $y = \frac{x}{x^2-3}, x \in R, \left(x \neq \pm\sqrt{3}\right)$ के एक बिंदु $(\alpha, \beta) \neq (0, 0)$ पर खींची गई स्पर्श रेखा, रेखा $2x + 6y - 11 = 0$ के समांतर है, तो :

(1) $|6\alpha + 2\beta| = 19$ (2) $|2\alpha + 6\beta| = 11$
(3) $|6\alpha + 2\beta| = 9$ (4) $|2\alpha + 6\beta| = 19$

SOLUTION

1. Ans. (4)

Point of intersection is P(2,6).

Also, $m_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P(2,6)} = -2x = -4$

$m_2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P(2,6)} = 2x = 4$

$\therefore |\tan\theta| = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right| = \frac{8}{15}$

2. Ans (4)

$y = x^2 - 5x + 5$

$\frac{dy}{dx} = 2x - 5 = 2 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$

at $x = \frac{7}{2}$, $y = \frac{-1}{4}$

Equation of tangent at $\left(\frac{7}{2}, \frac{-1}{4}\right)$ is $2x - y - \frac{29}{4} = 0$

Now check options

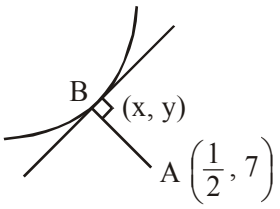
$x = \frac{1}{8}$, $y = -7$

3. Ans. (3)

$y - x^{3/2} = 7$ $(x \geq 0)$

$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}x^{1/2}$

$\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)\left(\frac{7-y}{\frac{1}{2}-x}\right) = -1$



$\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)\left(\frac{-x^{3/2}}{\frac{1}{2}-x}\right) = -1$

$\frac{3}{2}\cdot x^2 = \frac{1}{2} - x$

$3x^2 = 1 - 2x$

$3x^2 + 2x - 1 = 0$

$3x^2 + 3x - x - 1 = 0$

$(x + 1)(3x - 1) = 0$

$\therefore$ $x = -1$ (rejected)

$x = \frac{1}{3}$

$y = 7 + x^{3/2} = 7 + \left(\frac{1}{3}\right)^{3/2}$

$\ell_{AB} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3} = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{27}}$

$= \sqrt{\frac{3+4}{9\times 12}}$

$= \sqrt{\frac{7}{108}} = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{3}}$

Option (3)

node06\B0BO-BA\Kota\JEE Main\Jee Main-2019_Subject Topic PDF With Solution\Mathamatics\Hindi\Tangent & Normal.p65

4. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $f(1) = 1 - 1 - 2 = -2$

$f(-1) = -1 - 1 + 2 = 0$

$$m = \frac{f(1) - f(-1)}{1+1} = \frac{-2-0}{2} = -1$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 2x - 2$$

$3x^2 - 2x - 2 = -1$

$\Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Rightarrow (x - 1)(3x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 1, -\frac{1}{3}$

5. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $y = x^3 + ax - b$

(1, –5) lies on the curve

$\Rightarrow -5 = 1 + a - b \Rightarrow a - b = -6$ ... (i)

Also, $y' = 3x^2 + a$

$y'_{(1,-5)} = 3 + a$ (slope of tangent)

$\because$ this tangent is $\perp$ to $-x + y + 4 = 0$

$\Rightarrow (3 + a)(1) = -1$

$\Rightarrow a = -4$ ....(ii)

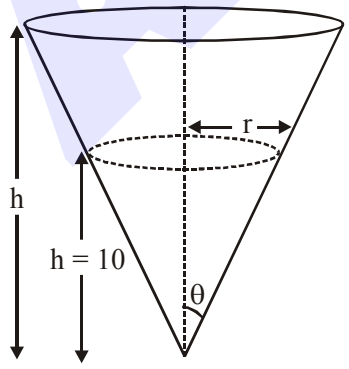
By (i) and (ii) : $a = -4, b = 2$

$\therefore y = x^3 - 4x - 2$.

(2,–2) lies on this curve.

6. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $\tan\theta = \frac{1}{2} = \frac{r}{h}$



$$r = \frac{h}{2}$$

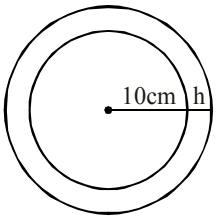
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi.\frac{h^3}{4}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{12}(3h)^2\left(\frac{dh}{dt}\right)$$

$$5 = \frac{\pi}{4}.(100)\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{1}{5\pi}$$

7. Official Ans. by NTA (3)



Sol. $V = \frac{4}{3}\pi\left((10+h)^3 - 10^3\right)$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi(10+h)^2\frac{dh}{dt}$$

$$-50 = 4\pi\ (10 + 5)^2\frac{dh}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt} = -\frac{1}{18}\frac{cm}{min}$$

8. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(\alpha,\beta)} = \frac{-\alpha^2 - 3}{\left(\alpha^2 - 3\right)^2}$

Given that :

$$\frac{-\alpha^2 - 3}{\left(\alpha^2 - 3\right)^2} = -\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow \alpha = 0, \pm 3$ $(\alpha \neq 0)$

$\Rightarrow \beta = \pm\frac{1}{2}$. $(\beta \neq 0)$

$|6\alpha + 2\beta| = 19$